Подтверждение логического вывода

Часто в своей жизни нам приходится сталкиваться с различными рассуждениями. Иногда эти рассуждения правильны, иногда - нет, но как это определить? Особенно важно это в том случае, если вывод рассуждений мы непосредственно проверить не можем, но должны его принять, если рассуждения правильны. Таким же вопросом однажды задался и древнегреческий философ [Аристотель](#).

Здесь следует сделать небольшое отступление и сказать пару слов о современной науке и откуда она появилась. Корни современной науки лежат в Древней Греции, где впервые были выработаны общие правила изучения окружающего мира. Собственно, корень “лог”, общий для слов “биология”, “геология”, и так далее, как раз и происходит от древнегреческого слова “логос” (термин, понятие, а затем и учение, наука). Следует отметить две особенности древнегреческой науки, которые отличают ее от современной:

- древнегреческая наука не имела деления на научные дисциплины, она изучала мир в целом;
- древние греки не признавали эксперимент мерилом истины.

Кроме того, греки любили [парадоксы](#), [апории](#) и [софизмы](#) как способ развивать свой ум, так что им нужен был работающий механизм проверки правильности рассуждений. Заметим, что слово “правильность” здесь употребляется не вполне верно, что мы покажем далее.

Именно такой способ проверки “правильности” рассуждений и предложил Аристотель. Он предложил теорию логического вывода, в соответствии с которой рассуждение является правильным, если оно соответствует так называемым [силлогизмам](#), особым способам рассуждения. Если какое-либо рассуждение можно изложить в виде последовательности силлогизмов, значит оно является “правильным”, если нет - возможны варианты: либо оно неправильно, либо не укладывается в существующие силлогизмы.

Аристотель выделил 19 силлогизмов из 256 возможных, которые соответствуют правильным рассуждениям. Однако, как же быть с теми рассуждениями, которые не укладываются в предложенные Аристотелем схемы? Всегда ли они являются неправильными?

Рассмотрим три простых рассуждения.

0. Полезная еда - невкусная. Эта еда полезная. Значит, эта еда невкусная.
1. Полезная еда - невкусная. Эта еда невкусная. Значит, эта еда полезная.
2. Сбалансированная еда полезна. Эта еда сбалансированная. Значит, эта еда полезна.

Из трех приведенных выше рассуждений два являются неправильными, но по разным причинам. Первое рассуждение неверно, поскольку вовсе не всегда полезная еда является невкусной, то есть **первое утверждение в этом рассуждении является неверным** (или, говоря более научным языком, не является истинным). При этом, если

бы данное утверждение все-таки было бы верным, то и рассуждение в целом тоже было бы верным.

Предположим теперь, что любая полезная еда действительно является невкусной (примем это утверждение как истинное). Второе рассуждение в этом случае все равно будет неверным, но уже по другой причине: **вывод не следует из утверждений** (поскольку не всякая невкусная еда, очевидно, является полезной, то есть существует еда, которая одновременно и не полезная, и невкусная).

А вот третье рассуждение является верным, так как и все утверждения являются верными (сбалансированная еда, если верить диетологам, полезна, и рассматриваем мы конкретную еду, которая, как мы знаем, сбалансирована), и, что еще важнее, **вывод следует из утверждений**.

Таким образом, мы приходим к выводам, что “правильность” или “неправильность” рассуждений обуславливается двумя причинами: **правильностью утверждений** (исходных посылок) рассуждения и тем, что **вывод следует из рассуждений**.

Назовем первый тип “правильности” **обоснованностью** рассуждения, а второй - **валидностью**.

Разберем понятия валидности и обоснованности на примерах.

Рассуждение первое: Если вы читаете эту страницу, то вы пользуетесь интернетом. Вы читаете эту страницу. Значит, вы пользуетесь интернетом.

Это рассуждение является и *обоснованным* (эту страницу можно найти только в сети интернет, и вы ее сейчас читаете), и *валидным*, так как читать эту страницу можно только в сети интернет - вывод действительно следует из предпосылок.

Рассуждение второе: Если вы читаете эту страницу, то вы пользуетесь интернетом. Вы пользуетесь интернетом. Значит, вы читаете эту страницу.

Это рассуждение не является *валидным* (так как вы можете пользоваться интернетом для чего-либо, а не только для чтения этой страницы), но является *обоснованным* (так как вы и читаете эту страницу, и пользуетесь интернетом).

Рассуждение третье: Если вы не пользуетесь интернетом, то вы не можете читать эту страницу. Вы не пользуетесь интернетом. Значит, вы сейчас не читаете эту страницу.

Это рассуждение является *валидным* (если бы у вас не было интернета, вы бы не могли бы читать эту страницу и не читали бы ее), но *не является обоснованным*, интернет у вас все-таки есть и эту страницу вы читаете прямо сейчас.

Обоснованность рассуждения выходит за рамки математической логики, поскольку математическая логика ничего не “знает” о полезности вкусной и невкусной еды, наличии у вас интернета, и так далее и так далее. Зато валидность рассуждения как раз и может быть проверена средствами математической логики.

Когда же рассуждение является валидным? По сути, мы уже ответили на этот вопрос. В первом, валидном рассуждении, вывод следует из утверждений (предпосылок), а во втором рассуждении, невалидном - нет. Таким образом, **рассуждение валидно, если**

вывод рассуждения с неизбежностью следует из предпосылок рассуждения, если вывод является следствием предпосылок.

Определим валидность в терминах математической логики. Предположим, что предпосылки рассуждения могут быть выражены формулами $F_1, F_2, \dots, F_n$, а вывод рассуждения - формулой R . Тогда рассуждение является валидным тогда и только тогда, когда формула

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \rightarrow R$$

является тождественно истинной (истинной при любых значениях входящих в нее переменных).

Таким образом, проверить правильность любого рассуждения можно следующим способом: 0. Выделить из из рассуждения элементарные высказывания. 0. Записать каждое утверждение и вывод рассуждения в виде формул алгебры логики F_i и R . 0. Построить формулу $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \rightarrow R$. 0. Проверить, является ли данная формула тождественно истинной. Если является - значит, вывод рассуждения действительно неизбежно следует из предпосылок и, следовательно, рассуждение валидно.

Рассмотрим, наконец, последний пример.

В хоккей играют настоящие мужчины. Трус не играет в хоккей. Если ты трус, то ты не настоящий мужчина. Я в хоккей не играю. Значит, я трус?!

Здесь 4 предпосылки и вывод.

0. Выделим элементарные высказывания. Это a - играть в хоккей, b - быть настоящим мужчиной, c - быть трусом.
1. Запишем формулы алгебры логики, соответствующие предпосылкам и выводу:
 $F_1 = a \rightarrow b, F_2 = c \rightarrow \bar{a}, F_3 = c \rightarrow \bar{b}, F_4 = \bar{a}$ и $R = c$.
2. Запишем формулу для проверки валидности рассуждения $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \rightarrow R$, в нашем случае

$$(a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow \bar{a}) \wedge (c \rightarrow \bar{b}) \wedge \bar{a} \rightarrow c$$

Построить таблицу истинности для данной формулы и убедиться в том, что данная формула действительно является тождественно истинной, мы предоставим читателям.

Это произведение доступно по лицензии Creative Commons «Attribution-NonCommercial-ShareAlike» («Атрибуция — Некоммерческое использование — На тех же условиях») 4.0 Всемирная.

Пожалуйста, ознакомьтесь с ее условиями, прежде чем использовать этот текст для каких-либо целей.